# SECONDA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA

## Ing. Informatica (G-Z) ed Elettronica

(DOCENTE: Fabio Ancona)

### A.A. 2002/2003, 19 Dicembre 2002

d51273

Cognome e Nome: ...........................................................................

Matricola: ..........................................

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| C | D | A |

**N.B.** *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.*

**ESERCIZIO 1.** Si consideri la funzione $f(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+|t|}$, $x \in \mathbb{R}$. Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

[A] $f$ è derivabile in ogni $x \in \mathbb{R}$, e $f'(x) = -\dfrac{\operatorname{sgn}(x)}{(1+|x|)^2}$.

[B] $f$ è derivabile in $x = 0$, e $f'(0) = 0$.

[☒] $f$ è derivabile in $x = 0$, e $f'(0) = 1$.

[D] $f$ non è derivabile in $x = 0$.

**ESERCIZIO 2.** Per ogni fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $f_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} x^2 \cos \dfrac{1}{x^\alpha} & \text{se} \quad x \neq 0, \\ 0 & \text{se} \quad x = 0. \end{cases}$$

Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

[A] Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$, $x_0 = 0$ non è un punto di massimo o di minimo relativo di $f_\alpha$.

[B] Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\lim_{x\to 0} f'_\alpha(x) \neq 0$.

[C] Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $f_\alpha$ non è derivabile in $x_0$.

[☒] Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$, $x_0 = 0$ è un punto critico di $f_\alpha$.

**ESERCIZIO 3.** Sia $x \mapsto \varphi(x;\, c)$, $x \in \mathbb{R}$, $(c \in \mathbb{R})$ l'integrale generale dell'equazione

$$\dot{y} - 2y = \frac{e^{2x}}{1+x^2}\,, \qquad x \in \mathbb{R},$$

e si consideri il limite $\ell(c) \doteq \lim_{x \to -\infty} e^{-2x} \cdot \varphi(x;\, c)$. Allora si ha:

$\boxed{\text{X}}$ Esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = 0$.

$\boxed{\text{B}}$ Non esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = \pi$.

$\boxed{\text{C}}$ Esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = +\infty$.

$\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle altre risposte è corretta.

---

**ESERCIZIO 4.** Si consideri la funzione definita da $f(x) = \dfrac{x \ln x}{1 + \ln x}$.

(i) Determinare eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

Asintoto verticale (bilatero): $x = e^{-1}$.

Non ci sono asintoti orizzontali od obliqui.

(ii) Stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

Monotona crescente su: $]0,\, e^{-1}]$ e su $[e^{-1},\, +\infty[$.

Non è monotona decrescente in alcun intervallo.

(iii) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di $f$, e determinare l'immagine di $f$.

Non esistono punti di massimo o minimo relativo (nè assoluto).

$\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$.

(iv) Stabilire in quali intervalli la funzione è convessa ed in quali intervalli è concava.

Convessa su: $\left]0,\, e^{-1}\right[$ e su $\left[e,\, +\infty\right[$.

Concava su: $\left]e^{-1},\, e\right]$.

(v) Determinare eventuali punti di flesso di $f$.

$$\text{Punto di flesso:} \qquad x = e\,.$$

(vi) Tracciare il grafico probabile della funzione.