VI APPELLO DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2001/2002, 8 Gennaio 2003

d32275

COGNOME E NOME: ....

MATRICOLA: ....

1	2	3	4
B	A	C	B

N.B. *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio finale vale 5 punti così suddivisi: i), ii) e iv) valgono un punto, mentre iii) vale due punti.*

ESERCIZIO 1. Sia D la regione del piano compresa tra le due parabole $(y+1)^2 - x - 1 = 0$ e $(y+1)^2 + x - 1 = 0$, e si consideri la funzione $f : D \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = e^x(1+y)$. Calcolare $I \doteq \iint_D f(x,y)\, dxdy$ (usando la formula di integrazione su domini normali).

A) $I = \mathrm{ch}(-8)$.

B) $I = 0$.

C) $I = 2$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 2. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\operatorname{arctg}\dfrac{1}{n^2}\right)^{\alpha}}{e^{\frac{1}{n}}} \qquad \alpha > 0\,,$$

A) converge per ogni $\alpha > \frac{1}{2}$.

B) diverge per $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

C) converge per ogni $\alpha > 0$

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 3. Sia $x \mapsto y(x)$, $x \in \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{y} - 3\dot{y} - 4y = \alpha\, e^{3x} \\ y(0) = 0, & \qquad\qquad \alpha \in \mathbf{R}\,, \\ \dot{y}(0) = 1\,, \end{cases}$$

e si consideri il limite

$$\ell(\alpha) \doteq \lim_{x \to -\infty} y(x)\,.$$

Allora si ha:

A) $\ell(\alpha) = -\infty$ per ogni $\alpha > 5$.

B) $\ell(\alpha) = 0$ per ogni $\alpha < 0$.

C) Esiste $\alpha > 0$ tale che $\ell(\alpha) = 0$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 4. Il flusso Φ del campo vettoriale $\vec{f}(x,y,z) = \left(e^{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\, z,\, -y\right)$ uscente attraverso la sfera

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\} \qquad R > 0\,,$$

vale:

A) $\Phi = \pi R$.

B) $\Phi = 0$.

C) $\Phi = 8\pi R^2$.

D) $\Phi = 0$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 5. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ xy > -1\}$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \ln(1 + xy)$.

(i) Determinare i punti critici di f.

(ii) Studiare la natura dei punti critici di f.

(iii) Determinare gli estremi della restrizione di f alla circonferenza unitaria $S_1 = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 = 1\}$

$$\inf_{S_1} f = \qquad\qquad\qquad\qquad \sup_{S_1} f =$$

(iv) Determinare l'immagine tramite f della palla unitaria $B_1 = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1\}$.

$$f(B_1) =$$