

I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2001/2002, 19 Marzo 2002

d32275

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

DATA PREFERITA PER LA PROVA ORALE:

1	2	3	4
B	C	A	C

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio finale vale 4 punti.

ESERCIZIO 1. Sia $\mathbf{x}_B(\alpha) = (x_B(\alpha), y_B(\alpha))$ il baricentro della curva omogenea (densità $\rho = \text{costante}$) di equazione (in coordinate polari) $\rho = \alpha(1 + \cos \theta)$, $\theta \in [-\pi, \pi]$, dove $\alpha > 0$, e sia $\ell(\alpha)$ la sua lunghezza. Allora si ha:

- A) $\ell(\alpha) + x_B(\alpha) = 8\alpha$.
- B) $\ell(\alpha) \cdot y_B(\alpha) = 0$.
- C) $\ell(\alpha) - x_B(\alpha) = 12\alpha$.
- D) $\frac{\ell(\alpha)}{y_B(\alpha)} = 16\alpha$.

ESERCIZIO 2. Il flusso Φ del campo vettoriale $\vec{f}(x, y, z) = (z, x^2y, y^2z)$ uscente attraverso la superficie (regolare chiusa) ∂S frontiera del solido

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$$

vale:

- A) $\Phi = \frac{\pi}{25}$.
- B) $\Phi = \frac{1}{30}$.
- C) $\Phi = \frac{\pi}{30}$.
- D) $\Phi = 0$.

ESERCIZIO 3. Sia $x \mapsto y(x)$, $x \in \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{y} + 7\dot{y} + 6y = 48 e^{2t} \\ y(0) = \alpha, \\ \dot{y}(0) = \beta, \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R}.$$

Trovare tutti gli $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ per cui si ha

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} t e^{6t} y(t) = +\infty.$$

- A) $6 < \alpha + \beta$.
- B) $6 \geq \alpha + \beta$.
- C) $\alpha > 6$.
- D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 4. Si consideri il campo vettoriale

$$\vec{f}(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} (1 + \sqrt{x^2 + y^2})}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2} (1 + \sqrt{x^2 + y^2})} \right)$$

nel suo naturale dominio di definizione D . Si ha:

- A) Il campo $\vec{f}$ non è irrotazionale.
- B) il campo $\vec{f}$ non è conservativo perchè il dominio D non è semplicemente connesso.
- C) Il lavoro L di $\vec{f}$ lungo la curva parametrica γ di equazioni

$$x(t) = 2 \cos t, \quad y(t) = 2 \sin t, \quad t \in [0, \pi/2],$$

vale 0.

- D) Il lavoro L di $\vec{f}$ lungo la poligonale orientata $A\vec{B}C$, dove

$$A = (2, 0), \quad B = (2/\sqrt{2}, 2/\sqrt{2}), \quad C = (0, 2),$$

è diverso da 0.

ESERCIZIO 5. Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$.

- (i) Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

- (ii) L'immagine $f(\mathbf{R}^2)$ è:

- (iii) Considerato l'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y^2 \leq x \leq 1, \quad |y| \leq 1\},$$

determinare l'immagine $f(E)$: