

I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2001/2002, 19 Marzo 2002

d31265

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

DATA PREFERITA PER LA PROVA ORALE:

1	2	3	4
A	D	B	C

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio finale vale 4 punti.

ESERCIZIO 1. Il flusso Φ del campo vettoriale $\vec{f}(x, y, z) = (xy^2, yz^2, x)$ uscente attraverso la superficie (regolare chiusa) ∂S frontiera del solido

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : -(1 + 4(y^2 + z^2)) \leq x \leq -4\sqrt{y^2 + z^2}\}$$

vale:

- A) $\Phi = \frac{\pi}{480}$.
- B) $\Phi = 0$.
- C) $\Phi = \frac{\pi}{960}$.
- D) $\Phi = \frac{1}{480}$.

ESERCIZIO 2. Sia $\mathbf{x}_B(\alpha) = (x_B(\alpha), y_B(\alpha))$ il baricentro della curva omogenea (densità $\rho = \text{costante}$) di equazione (in coordinate polari) $\rho = \alpha(1 + \sin \theta)$, $\theta \in [-\pi/2, (3/2)\pi]$, dove $\alpha > 0$, e sia $\ell(\alpha)$ la sua lunghezza. Allora si ha:

- A) $\frac{\ell(\alpha)}{x_B(\alpha)} = 4\alpha$.
- B) $\ell(\alpha) - y_B(\alpha) = 16\alpha$.
- C) $\ell(\alpha) + y_B(\alpha) = 8\alpha$.
- D) $\ell(\alpha) \cdot x_B(\alpha) = 0$.

ESERCIZIO 3. Sia $x \mapsto y(x)$, $x \in \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{y} - 3\dot{y} + 2y = 2(t^2 + 2t) \\ y(0) = \alpha, \\ \dot{y}(0) = \beta, \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R}.$$

Trovare tutti gli $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ per cui si ha

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t} y(t) = +\infty.$$

- A) $\alpha + \beta > 0$.
- B) $\beta > \alpha - (3/2)$.
- C) $\beta < (3/2) - \alpha$.
- D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 4. Si consideri il campo vettoriale

$$\vec{f}(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} (1 + x^2 + y^2)}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2} (1 + x^2 + y^2)} \right)$$

nel suo naturale dominio di definizione D . Si ha:

- A) Il lavoro L di $\vec{f}$ lungo la poligonale orientata $A\vec{B}C$, dove

$$A = (-3, 0), \quad B = (-3/\sqrt{2}, -3/\sqrt{2}), \quad C = (0, -3),$$

è diverso da 0.

- B) il campo $\vec{f}$ non è conservativo perchè il dominio D non è semplicemente connesso.
- C) Il lavoro L di $\vec{f}$ lungo la curva parametrica γ di equazioni

$$x(t) = 3 \cos t, \quad y(t) = 3 \sin t, \quad t \in [\pi, (3/2)\pi],$$

vale 0.

- D) Il campo $\vec{f}$ non è irrotazionale.

ESERCIZIO 5. Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = x^3 - 3xy + 24y^4$.

- (i) Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

- (ii) L'immagine $f(\mathbf{R}^2)$ è:

- (iii) Considerato l'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1, \quad |x| \leq 1\},$$

determinare l'immagine $f(E)$: