# II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA LB

## Ing. Informatica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

**A.A. 2001/2002, 9 Aprile 2002**

d32275

COGNOME E NOME: ..........................................................................

MATRICOLA: ........................................

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| B | D | A | C |

**N.B.** *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio finale vale 5 punti così suddivisi: i), ii) e iv) valgono un punto, mentre iii) vale due punti.*

**ESERCIZIO 1.** Sia $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$, e $f : D \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{\ln(1+2x^2+y^2)}{(x^2+3y^2)^\alpha}$, per $\alpha \in \mathbf{R}$. Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $f$ risulta integrabile (in senso generalizzato) su $D$:

A) $\alpha < 1$.

B) $\alpha < 2$.

C) $\alpha \geq 2$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

**ESERCIZIO 2.** La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\cos n\pi)\, n^\alpha}{\arctan\left(n^{-\beta}\right)}, \qquad \alpha, \beta \in \mathbf{R}, \quad \beta > 0\,,$$

A) diverge se $\alpha + \beta = -1$.

B) converge assolutamente se $\alpha + \beta < 0$.

C) converge semplicemente se $\alpha + \beta \geq 0$

D) converge assolutamente se $\alpha + \beta < -1$.

**ESERCIZIO 3.** Sia $x \mapsto \varphi(x;\, c_1,\, c_2)$, $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + y = 2\,\mathrm{sh}t - 2\,\mathrm{ch}t\,,$$

e si consideri il limite

$$\ell(c_1,\, c_2) \doteq \lim_{x\to+\infty} \varphi(x;\, c_1,\, c_2)\, e^{-x}\,.$$

Allora si ha:

A) $\ell(c_1,\, c_2) = 0$ per ogni $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$.

B) Esistono $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$ per cui $\ell(c_1,\, c_2) = +\infty$.

C) $\ell(c_1,\, c_2) = 1$ per ogni $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

**ESERCIZIO 4.** Il lavoro $L$ del campo vettoriale

$$\vec{f}(x,y,z) = \Big(x(x+y),\ y(x+y),\ e^z\Big)$$

lungo la curva parametrica orientata

$$\vec{r}(t) = \Big(t\cos t,\, t\sin t,\, t^2\Big), \qquad t \in [0,\, \pi/2]\ ,$$

vale:

A) $L = e^{\frac{\pi^2}{2}} - \pi$.

B) $L = e^{\frac{\pi^2}{4}} - \pi + \pi^2$.

C) $L = \pi + \frac{\pi^2}{4} + e^{\frac{\pi^2}{4}} - 5$.

D) $L = 0$.

---

**ESERCIZIO 5.** Sia $A = \{(x,y,z)\ :\ y^2 + 2z^2 \le x^2,\ \ -1 \le x \le 0\}$, e $f : A \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y,z) = y^2 + x$.

(i) Determinare i punti critici di $f$ interni ad $A$.

(ii) Determinare la frontiera $\partial A$ dell'insieme $A$:

$\partial A =$

(iii) Calcolare gli estremi di $f$:

$\inf_A f =$ $\qquad\qquad$ $\sup_A f =$

(iv) Calcolare l'immagine di $f$:

$f(A) =$