

II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2001/2002, 9 Aprile 2002

d31276

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4
D	C	A	C

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio finale vale 5 punti così suddivisi: i), ii) e iv) valgono un punto, mentre iii) vale due punti.

ESERCIZIO 1. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(1+2n)\right)}{n^\alpha \ln(1+n^{-\beta})}, \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R}, \quad \beta > 0,$$

- A) converge assolutamente se $\alpha > \beta$.
- B) diverge se $\alpha = 1 + \beta$.
- C) converge semplicemente se $\alpha \leq \beta$
- D) converge assolutamente se $\alpha > 1 + \beta$.

ESERCIZIO 2. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 > 1\}$, e $f : D \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{\arcsin\left(\frac{1}{x^2 + 5y^2}\right)}{(3x^2 + y^2)^\alpha}, \quad \alpha \in \mathbf{R}.$$

Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui f risulta integrabile (in senso generalizzato) su D :

- A) $\alpha > 1$.
- B) $\alpha < 1$.
- C) $\alpha > 0$.
- D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 3. Il lavoro L del campo vettoriale

$$\vec{f}(x, y, z) = \left(x(x+y), y(x+y), \frac{1}{1+z} \right)$$

lungo la curva parametrica orientata

$$\vec{r}(t) = (t \cos t, t \sin t, t^2), \quad t \in [0, \pi/2],$$

vale:

A) $L = \pi + \frac{\pi^2}{4} + \ln \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \right) - 4.$

B) $L = 0.$

C) $L = \pi^2 - \pi + \ln \left(1 + \frac{\pi}{2} \right).$

D) $L = \ln \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \right) - \frac{\pi^2}{2}.$

ESERCIZIO 4. Sia $x \mapsto \varphi(x; c_1, c_2)$, $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + y = 3 \operatorname{sh} t + \operatorname{ch} t,$$

e si consideri il limite

$$\ell(c_1, c_2) \doteq \lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x; c_1, c_2) e^{-x}.$$

Allora si ha:

A) Esistono $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$ per cui $\ell(c_1, c_2) = +\infty$.

B) $\ell(c_1, c_2) = 0$ per ogni $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$.

C) $\ell(c_1, c_2) = 1$ per ogni $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 5. Sia $A = \{(x, y, z) : 3x^2 + z^2 \leq y, 0 \leq y \leq 6\}$, e $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y, z) = 2z^2 - y$.

(i) Determinare i punti critici di f interni ad A .

(ii) Determinare la frontiera ∂A dell'insieme A :

$$\partial A =$$

(iii) Calcolare gli estremi di f :

$$\inf_A f =$$

$$\sup_A f =$$

(iv) Calcolare l'immagine di f :

$$f(A) =$$