III APPELLO DI
ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica

(DOCENTE: Fabio Ancona)

A.A. 2001/2002, 17 Giugno 2002

d32275

Cognome e Nome: ....

Matricola: ....

1	2	3	4
C	C	B	B

N.B. *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio finale vale 5 punti egualmente suddivisi tra i 5 sottopunti.*

ESERCIZIO 1. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; x^2 - y^2 \leq 1,\ |y| \leq 1\}$, e $f : D \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = (1+2x)\sqrt{1+y^2}$. Calcolare $I \doteq \iint_D f(x,y)\,dxdy$ (usando la formula di integrazione su domini normali) .

A) $I = -8$.

B) $I = 0$.

C) $I = \dfrac{16}{3}$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 2. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1-\cos(1/n)}{n^\alpha}, \qquad \alpha \in \mathbf{R},$$

A) diverge se $\alpha = 0$.

B) converge assolutamente se $\alpha = -1$.

C) converge assolutamente se $\alpha > -1$

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 3. Sia $x \mapsto \varphi(x;\, c_1,\, c_2)$, $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + 3\dot{y} = 10\, e^{2x}\,,$$

e si consideri il limite

$$\ell(c_1,\, c_2) \doteq \lim_{x \to +\infty} \varphi(x;\, c_1,\, c_2)\, x^3\,.$$

Allora si ha:

A) Esistono $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$ per cui $\ell(c_1,\, c_2) = 0$.

B) $\ell(c_1,\, c_2) = +\infty$ per ogni $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$.

C) Esistono $c_1,\, c_2 \in \mathbf{R}$ per cui $\ell(c_1,\, c_2) = -\infty$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 4. Si consideri la spirale logaritmica γ di equazione (in coordinate polari) $\rho = e^{2\theta}$, $\theta \in (-\infty,\, 0]$, e si calcoli l'integrale curvilineo (di prima specie) $I(\alpha) \doteq \int_\gamma (x^2 + y^2)^\alpha\, ds$. Si ha

A) $I(\alpha) = +\infty$ per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$.

B) $I(\alpha) = \dfrac{\sqrt{5}}{2 + 4\alpha}$ per ogni $\alpha > -\dfrac{1}{2}$.

C) $I(\alpha) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ per ogni $\alpha > 0$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 5. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y, z) = x^3 + y^3 - (x - y)^2$.

(i) Determinare i punti critici di f.

(ii) Studiare il segno della matrice Hessiana di f nei punti critici.

(iii) Determinare i punti critici della restrizione di f agli assi $x = 0$ e $y = 0$.

(iv) Studiare la natura dei punti critici della restrizione di f agli assi $x = 0$ e $y = 0$.

(v) Studiare la natura dei punti critici di f.