IV APPELLO DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2001/2002, 11 Luglio 2002

d32275

COGNOME E NOME: ....

MATRICOLA: ....

1	2	3	4
C	A	B	C

N.B. *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio finale vale 5 punti egualmente suddivisi tra i 5 sottopunti.*

ESERCIZIO 1. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ 1 < x^2 + y^2 < 16, \ x \geq y\}$, e $f : D \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{x^2 y}{x^2+y^2}$. Calcolare $I \doteq \displaystyle\iint_D f(x,y)\,dxdy$.

A) $I = 0$.

B) $I = \sqrt{2}$.

C) $I = -\dfrac{63}{18}\sqrt{2}$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 2. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(e^{2/n}-1\right)^{\alpha}}{n^3}, \qquad \alpha \in \mathbf{R},$$

A) converge per ogni $\alpha > -2$.

B) diverge per ogni $\alpha < 0$.

C) diverge per $\alpha = 0$

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 3. Sia $x \mapsto \varphi(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\ddot{y} - 4\dot{y} + 3y = 10\,\cos x, \qquad y(0) = 1, \qquad \dot{y}(0) = 0\,,$$

e si consideri il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \to +\infty} \varphi(x)\, e^{-x}\,.$$

Allora si ha:

A) $\ell = 0$.

B) $\ell = +\infty$.

C) $\ell = -\infty$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 4. Sia γ l'elica cilindrica di equazione $x(t) = \cos t$, $y(t) = \sin t$, $z(t) = 2t$, $t \in [0, +\infty)$, e si calcoli l'integrale curvilineo (di prima specie) $I \doteq \int_\gamma (x^2 + y^2 + z^2)^{-1}\, ds$. Si ha

A) $I + \infty$.

B) $I = -\sqrt{5}$.

C) $I = \dfrac{\sqrt{5}\,\pi}{4}$.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 5. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \dfrac{xy}{1 + x^2 + y^2}$.

(i) Determinare i punti critici di f.

(ii) Studiare il segno della matrice Hessiana di f nei punti critici.

(iii) Determinare i punti critici della restrizione di f alla circonferenza unitaria $S_1 = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 = 1\}$.

(iv) Studiare la natura dei punti critici della restrizione di f alla circonferenza unitaria S_1.

(v) Determinare l'immagine tramite f della palla unitaria $B_1 = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1\}$.

$$f(B_1) =$$