

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA

Ing. Informatica (G-Z) ed Elettronica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2003/2004, 31 Ottobre 2003

a21264

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
B	C	C

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.

ESERCIZIO 1. Sia $\{a_n\}_n$ una successione divergente a $+\infty$, e si consideri la successione $\{b_n\}_n$ di termine generale $b_n = \sin\left(\frac{1}{a_n}\right) \cos n$. Si ha:

- ☐ A La successione $\{b_n\}_n$ è convergente a 1.
- ☒ B La successione $\{b_n\}_n$ è infinitesima.
- ☐ C La successione $\{b_n\}_n$ è indeterminata.
- ☐ D Non è possibile stabilire il comportamento della successione $\{b_n\}_n$ in base alle informazioni disponibili.

ESERCIZIO 2. Calcolare il modulo ed un argomento del numero complesso $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$.

- ☐ A $|z| = 1$, $\arg(z) = 0$.
- ☐ B $|z| = 1$, $\arg(z) = \frac{\pi}{6}$.
- ☒ C $|z| = 1$, $\arg(z) = \frac{2\pi}{3}$.
- ☐ D $|z| = 2$, $\arg(z) = \frac{\pi}{3}$.

ESERCIZIO 3. Fissato $\alpha \geq 0$, si consideri la funzione $f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\alpha}|x| - \alpha & \text{se } |x| \leq \sqrt{\alpha}, \\ x^2(2 - x^2) & \text{se } |x| > \sqrt{\alpha}. \end{cases}$$

Si ha:

- ☐ A f_α non è continua per ogni $\alpha \geq 0$.
 - ☐ B f_α è continua per ogni $\alpha \geq 0$.
 - ☒ C Esistono due soli valori di $\alpha \geq 0$ per cui f_α è continua.
 - ☐ D f_α non è nè pari nè dispari per ogni $\alpha \geq 0$.
-

ESERCIZIO 4. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \operatorname{sgn}(x) \cdot \ln(x + \sqrt{1 - x^2})$.

- (i) Determinare il dominio naturale di f :

$$\operatorname{Dom}(f) = \left] -\frac{1}{\sqrt{2}}, 1 \right].$$

- (ii) Determinare eventuali intersezioni della funzione con gli assi cartesiani:

$$\text{asse } x : \quad x = 0, \quad x = 1; \quad \text{asse } y : \quad y = 0.$$

- (iii) Studiare il segno della funzione individuando l'insieme di positività:

$$\{f \geq 0\} = \operatorname{Dom}(f).$$

- (iv) Determinare eventuali punti di discontinuità a salto.

Non ci sono punti di discontinuità a salto.

- (v) Determinare eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

$$\text{Asintoto verticale (unilatero):} \quad x = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Non ci sono asintoti orizzontali od obliqui.

(vi) Determinare l'immagine di f e tracciare il grafico probabile della funzione.

$$\text{Im}(f) = [0, +\infty[.$$

