

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA

Ing. Informatica (G-Z) ed Elettronica
(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2003/2004, 31 Ottobre 2003

b71254

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
A	D	C

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale $-1/2$, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.

ESERCIZIO 1. Calcolare il modulo ed un argomento del numero complesso $z = \frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i}$.

$|z| = 1, \quad \arg(z) = -\frac{\pi}{3}.$

$|z| = 1, \quad \arg(z) = 0.$

$|z| = 1/2, \quad \arg(z) = -\frac{2\pi}{3}.$

$|z| = 1, \quad \arg(z) = -\frac{\pi}{6}.$

ESERCIZIO 2. Fissato $\alpha \geq 0$, si consideri la funzione $f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{\alpha^2} |x| & \text{se } |x| \leq \sqrt[3]{\alpha}, \\ x^3 (3 \operatorname{sgn}(x) - x^3) & \text{se } |x| > \sqrt[3]{\alpha}. \end{cases}$$

Si ha:

f_α è continua per ogni $\alpha \geq 0$.

f_α non è nè pari nè dispari per ogni $\alpha \geq 0$.

f_α non è continua per ogni $\alpha \geq 0$.

Esistono due soli valori di $\alpha \geq 0$ per cui f_α è continua.

ESERCIZIO 3. Sia $\{a_n\}_n$ una successione divergente a $-\infty$, e si consideri la successione $\{b_n\}_n$ di termine generale $b_n = \left(\cos\left(\frac{1}{a_n}\right) - 1 \right) \sin n$. Si ha:

- A La successione $\{b_n\}_n$ è indeterminata.
 - B La successione $\{b_n\}_n$ è convergente a -1 .
 - C La successione $\{b_n\}_n$ è infinitesima.
 - D Non è possibile stabilire il comportamento della successione $\{b_n\}_n$ in base alle informazioni disponibili.
-

ESERCIZIO 4. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \operatorname{sgn}(x) \cdot \ln(\sqrt{1-x^2} - x)$.

(i) Determinare il dominio naturale di f :

$$\operatorname{Dom}(f) = \left[-1, \frac{1}{\sqrt{2}} \right[$$

(ii) Determinare eventuali intersezioni della funzione con gli assi cartesiani:

$$\text{asse } x : \quad x = 0, x = -1; \quad \text{asse } y : \quad y = 0.$$

(iii) Studiare il segno della funzione individuando l'insieme di negatività:

$$\{f \leq 0\} = \operatorname{Dom}(f).$$

(iv) Determinare eventuali punti di discontinuità a salto.

Non ci sono punti di discontinuità a salto.

(v) Determinare eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

$$\text{Asintoto verticale (unilatero):} \quad x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Non ci sono asintoti orizzontali od obliqui.

(vi) Determinare l'immagine di f e tracciare il grafico probabile della funzione.

$$\text{Im}(f) =] - \infty, 0].$$

