

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA

Ing. Informatica (L-Z), Ing. Energetica,
Ing. Elettronica ed Ing. dell'Automazione

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2004/2005, 4 Novembre 2004

b94871

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

1	2	3	4
B	A	C	C

N.B. Per ogni esercizio indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4,5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0,5, ogni risposta non data vale 0 punti.

ESERCIZIO 1. Si consideri l'equazione

$$z^4 + (1 + i\sqrt{3})z^2 + i\sqrt{3} = 0,$$

e se ne determini l'insieme S delle soluzioni.

☐ $S = \{1 - i, i - 1, 1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}.$

☒ $S = \left\{i, -i, \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}(1 - i), \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}(-1 + i)\right\}$

☐ $S = \{-1, -i\sqrt{3}\}.$

☐ $S = \left\{\sqrt{\frac{3}{2}}(1 - i), \sqrt{\frac{3}{2}}(1 + i), i, -i\right\}.$

ESERCIZIO 2. Data una funzione continua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

☒ Se f è dispari e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, allora $\text{Im} f = \mathbb{R}$.

☐ Se f è pari e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, allora $\text{Im} f = \mathbb{R}$.

☐ Se f è dispari e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \alpha \in \mathbb{R}^+$, allora $\text{Im} f =]-\alpha, \alpha[$.

☐ Se f è pari e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \alpha \in \mathbb{R}^+$, allora $\text{Im} f = [0, \alpha[$.

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \ln \left(\left| \frac{15x^2 - 9x + 6}{3x - 7} \right| - 3x \right),$$

e se ne determini il dominio naturale.

- ☐ A $\text{Dom} f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{3} \right\}.$
- ☐ B $\text{Dom} f = \left] \frac{7}{3}, +\infty \right[.$
- ☒ C $\text{Dom} f = \left] -\infty, \frac{1}{4} \right[\cup \left] 1, \frac{7}{3} \right[\cup \left] \frac{7}{3}, +\infty \right[.$
- ☐ D $\text{Dom} f = \left] -\infty, 1 \right[\cup \left] \frac{7}{3}, +\infty \right[.$

ESERCIZIO 4. Calcolare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x^2)^3 - 3x^2}{(\sqrt{1+x^2} - 1)^2}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintotici $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$, e $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \alpha(\alpha-1)\frac{x^2}{2} + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$). Si ha:

- ☐ A $\ell = +\infty.$
- ☐ B $\ell = \frac{3}{2}.$
- ☒ C $\ell = -6.$
- ☐ D $\ell = -\frac{1}{16}.$