

SECONDA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA L-A

Ing. Informatica (L-Z), Ing. Energetica,
Ing. Elettronica ed Ing. dell'Automazione

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2004/2005, 10 Dicembre 2004

b154893

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

1	2
D	C

N.B. Per i primi due esercizi indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4.5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0.5, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n.3 vale 12 punti (le domande (i), (ii), (iii), (iv) e (vii), in totale, valgono 9 punti).

ESERCIZIO 1. Si consideri la funzione $f(x) = \int_0^x \frac{|2-t|}{1+t^4} dt$, $x \in \mathbb{R}$. Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

- ☐ A La funzione f è derivabile in $x_0 = 0$ e $f'(0) = 0$.
- ☐ B La funzione f non è derivabile in qualche $x \in \mathbb{R}$.
- ☐ C La funzione f non ha punti critici.
- ☒ D La funzione f è derivabile in $x_0 = 2$ e $f'(2) = 0$.

ESERCIZIO 2. Per ogni fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, sia $x \mapsto \varphi(x; \alpha)$, $x \in \mathbb{R}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} + (2y - \alpha) x e^{x^2} = 0, \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

e si consideri il limite $\ell(\alpha) \doteq \lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x; \alpha)$. Si ha:

- ☐ A Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\ell(\alpha) = +\infty$.
- ☐ B Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\ell(\alpha) = -\infty$.
- ☒ C Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\ell(\alpha) = 1$.
- ☐ D $\ell(\alpha) \neq 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da $f(x) = |3x - 1| e^{-\frac{1}{x}}$.

- (i) Determinare il dominio

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

ed eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

Asintoto verticale (unilatero, da sinistra): $x = 0$.

Asintoti obliqui (unilateri): $y = 3x - 4$ per $x \rightarrow +\infty$.
 $y = -3x + 4$ per $x \rightarrow -\infty$.

Non ci sono asintoti orizzontali.

- (ii) Determinare eventuali punti singolari di f (specificandone la natura).

Il grafico di f ha un punto angoloso in: $(1/3, 0)$.

- (iii) Stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

Monotona strett. cresc. su: $\left[-\frac{3+\sqrt{21}}{6}, 0\right[$, su $\left]0, \frac{-3+\sqrt{21}}{6}\right]$, e su $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$.

Monotona strett. decresc. su: $\left]-\infty, -\frac{3+\sqrt{21}}{6}\right]$ e su $\left[\frac{-3+\sqrt{21}}{6}, \frac{1}{3}\right]$.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

Punto di massimo relativo: $x = \frac{-3+\sqrt{21}}{6}$.

Punto di minimo relativo: $x = -\frac{3+\sqrt{21}}{6}$.

Punto di minimo assoluto: $x = \frac{1}{3}$.

- (v) Stabilire in quali intervalli la funzione è convessa ed in quali intervalli è concava.

Convessa su: $\left]-\infty, 0\right]$, su $\left]0, \frac{1}{5}\right]$ e su $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$.

Concava su: $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right]$.

- (vi) Determinare eventuali punti di flesso di f .

Punto di flesso: $x = \frac{1}{5}$.

(vii) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) = [0, +\infty[.$$

e tracciare il grafico probabile della funzione.