

IV APPELLO DI ANALISI MATEMATICA L-A

Ing. Informatica (L-Z), Ing. Energetica,
Ing. Elettronica ed Ing. dell'Automazione

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2004/2005, 15 Luglio 2005

b22119

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--	--

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4.5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0.5, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 7 vale 12 punti. (le domande (i), (ii), (iii) e (vi), in totale, valgono 9 punti).

ESERCIZIO 1. Sia $x \mapsto \varphi(x; c)$, $|x| < 1$, ($c \in \mathbb{R}$) l'integrale generale dell'equazione

$$\dot{y} = \frac{2-y}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1,$$

e si consideri il limite $\ell(c) \doteq \lim_{x \rightarrow 1^-} \varphi(x; c)$. Allora si ha:

- A Esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = +\infty$.
- B Esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = 0$.
- C Esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = -\infty$.
- D Non esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = \pi$.

ESERCIZIO 2. Si consideri la funzione $f(x) = \int_0^{|x|} \frac{1}{1+t^5} dt$, $x \in \mathbb{R}$. Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

- A f è derivabile in $x = 0$, e $f'(0) = 1$.
- B f non è derivabile in $x = 0$.
- C f non è derivabile in $x = -1$.
- D f è derivabile in $x = 0$, e $f'(0) = 0$.

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{|2x+1|}{x-3}\right),$$

e se ne determini il dominio naturale.

- A $\text{Dom}f = \left[-4, \frac{2}{3}\right]$.
- B $\text{Dom}f = [-4, 3]$.
- C $\text{Dom}f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- D $\text{Dom}f =]-\infty, -4]$.

ESERCIZIO 4. Calcolare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x (e^{t^2} + 1) dt}{e^{2x^2}}$$

(Si suggerisce di utilizzare la formula di de l'Hôpital). Si ha:

- A $\ell = +\infty$.
- B $\ell = \frac{1}{4}$.
- C $\ell = 0$.
- D $\ell = 1$.

ESERCIZIO 5. Si consideri l'equazione

$$5z + \frac{|z|^2}{2} = 3\bar{z} + 8i. \quad (\text{E})$$

Si ha:

- A L'equazione (E) ha quattro soluzioni.
- B Le soluzioni dell'equazione (E) sono numeri complessi che hanno la stessa parte immaginaria.
- C Le soluzioni dell'equazione (E) sono numeri complessi che hanno la stessa parte reale.
- D Le soluzioni dell'equazione (E) sono numeri complessi che hanno lo stesso modulo.

ESERCIZIO 6. Per ogni fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $f_\alpha(x) = \ln x + x + \alpha$. Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

- A Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la funzione f_α non ha zeri in $]0, +\infty[$.
- B Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$, la funzione f_α non ha zeri nell'intervallo $]0, 1[$.
- C Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la funzione f_α ha almeno due zeri in $]0, +\infty[$.
- D Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$, la funzione f_α ha un solo zero nell'intervallo $]0, +\infty[$ relativo.

ESERCIZIO 7. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$.

- (i) Determinare il dominio

$$\text{Dom}(f) =$$

ed eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

- (ii) Stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iii) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

- (iv) Stabilire in quali intervalli la funzione è convessa ed in quali intervalli è concava.

- (v) Determinare eventuali punti di flesso di f .

(vi) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) =$$

e tracciare il grafico probabile della funzione.