

V APPELLO DI ANALISI MATEMATICA L-A

Ing. Informatica (L-Z), Ing. Energetica,
Ing. Elettronica ed Ing. dell'Automazione

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2004/2005, 19 Settembre 2005

c387656

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--	--

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4.5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0.5, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 7 vale 11 punti. (le domande (i), (ii), (iii) e (vi), in totale, valgono 8 punti).

ESERCIZIO 1. Per ogni fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, sia $x \mapsto \varphi(x; \alpha)$, $x > 0$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = \frac{\ln x}{x}(y - 2), \\ y(1) = \alpha. \end{cases}$$

Si ha:

A $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x; \alpha)$ esiste finito $\forall \alpha \in \mathbb{R}$.

B $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x; \alpha) = +\infty \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

C Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x; \alpha) = 0$.

D Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x; \alpha) = 2$.

ESERCIZIO 2. Calcolare il valore dell'integrale $I = \int_{-1}^0 e^{\sqrt{x+1}} dx$.

A $I = 2$.

B $I = 1$.

C $I = 4e^{-1} - 2$.

D $I = 0$.

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{x^2 + x} - (x + 1)},$$

e se ne determini il dominio naturale.

- A $\text{Dom}f =] - \infty, -1] \cup [0, +\infty[.$
- B $\text{Dom}f = [-1, 0].$
- C $\text{Dom}f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$
- D $\text{Dom}f =] - \infty, -1].$

ESERCIZIO 4. Calcolare (se esiste) il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x + 2(\cos x - 1)}{x^4}.$$

Si ha:

- A $\ell = \frac{7}{12}.$
- B $\ell = 0.$
- C $\ell = \frac{3}{4}.$
- D Il limite ℓ non esiste.

ESERCIZIO 5. Siano z_0, z_1, z_2, z_3 le soluzioni (complesse) dell'equazione $z^4 = 4 + 3i$. Si ha.

- A $|z_0| + |z_1| + |z_2| + |z_3| = 2\sqrt{5}.$
- B $|z_0| + |z_1| + |z_2| + |z_3| = 4\sqrt[4]{5}.$
- C $|z_0 z_1 z_2 z_3| = 25.$
- D $|z_0 z_1 z_2 z_3| = 625.$

ESERCIZIO 6. Per ogni fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $f_\alpha(x) = x^7 + 5x + \alpha$. Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

- A Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la funzione f_α ha almeno due zeri in \mathbb{R} .
- B Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$, la funzione f_α ha un solo zero in \mathbb{R} .
- C Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$, la funzione f_α non ha zeri nell'intervallo $] - \infty, 0].$
- D Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la funzione f_α non ha zeri in \mathbb{R} .

ESERCIZIO 7. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \frac{x \ln x}{1 + \ln x}$.

(i) Determinare il dominio

$$\text{Dom}(f) =$$

ed eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

(ii) Stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iii) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

(iv) Stabilire in quali intervalli la funzione è convessa ed in quali intervalli è concava.

(v) Determinare eventuali punti di flesso di f .

(vi) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) =$$

e tracciare il grafico probabile della funzione.