

V APPELLO DI ANALISI MATEMATICA L-B

Ing. Informatica (L-Z) ed Ing. Energetica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2004/2005, 10 Gennaio 2006

c32889

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--	--

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4.5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0.5, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 7 vale 9 punti).

ESERCIZIO 1. Determinare l'immagine della funzione definita da

$$f(x, y) = \exp\left(xy + \frac{1}{xy}\right).$$

Si ha:

- ☐ A $\text{Im}(f) = \mathbb{R}.$
- ☐ B $\text{Im}(f) = [e, +\infty[.$
- ☐ C $\text{Im}(f) =]0, e^{-1}] \cup [e, +\infty[.$
- ☐ D $\text{Im}(f) = [1, +\infty[.$

ESERCIZIO 2. Sia D la regione del piano compresa tra le due parabole $(y+1)^2 - x - 1 = 0$ e $(y+1)^2 + x - 1 = 0$, e si consideri la funzione $f : D \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = e^x(1+y)$.

Calcolare $I \doteq \iint_D f(x, y) dx dy$ (usando la formula di integrazione su domini normali).

- ☐ A $I = \text{ch}(-8).$
- ☐ B $I = 0.$
- ☐ C $I = 2.$
- ☐ D Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 3. Data una funzione derivabile $f : D \doteq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; y \neq x + \frac{1}{x}\} \rightarrow \mathbb{R}$, con derivate parziali ovunque nulle, e tale che $f(0, 0) = 0$, stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

- ☐ A $f(x, y) = 0 \quad \forall (x, y) \in D.$
- ☐ B $f(x, y) = 0 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad \text{t.c.} \quad xy \leq 0.$
- ☐ C $f(x, y) = 0 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad \text{t.c.} \quad xy \geq 0.$
- ☐ D $\exists x \neq 0 \quad \text{tale che} \quad f(x, x) \neq 0.$

ESERCIZIO 4. Calcolare l'area A della regione delimitata dalla curva parametrica chiusa

$$\vec{r}(\theta) = \begin{cases} (\theta \cos \theta, \theta \sin \theta) & \text{se } \theta \in [0, \pi], \\ (\theta - 2\pi, 0) & \text{se } \theta \in [\pi, 2\pi]. \end{cases}$$

- ☐ A $A = 2\pi^2.$
- ☐ B $A = 0.$
- ☐ C $A = \pi^3/6.$
- ☐ D Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 5. Sia $x \mapsto \varphi(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{y} + 4y = \cos(3x), \\ y(0) = \frac{3}{5}, \\ \dot{y}(0) = \pi. \end{cases}$$

Allora si ha:

- ☐ A $\varphi(\pi) + \dot{\varphi}(\pi) = 0.$
- ☐ B $\varphi(\pi) + \dot{\varphi}(\pi) = 1 + \pi.$
- ☐ C $\varphi(\pi) + \dot{\varphi}(\pi) = 1.$
- ☐ D Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 6. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^\alpha}, \quad \alpha > 0,$$

e stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- ☐ A Esiste $\alpha \in]0, 1[$ per cui la serie è divergente.
- ☐ B Esiste $\alpha \in]0, 1[$ per cui la serie è assolutamente convergente.
- ☐ C Per ogni $\alpha > 0$ la serie è convergente.

ESERCIZIO 7. Si consideri la funzione definita da $f(x, y) = 4x^2 + 3xy + 9y^2$.

(i) Determinare eventuali punti critici di f .

(ii) Determinare la natura dei punti critici di f .

(iii) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) =$$

(iv) Determinare gli estremi della restrizione di f all'insieme

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0 \right\}.$$

$$\min_A f = \qquad \qquad \max_A f =$$

(v) Determinare l'immagine tramite f dell'insieme $A_1 = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}$.

$$f(A_1) =$$