

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica (G-Z)

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2003/2004, 20 febbraio 2004

a17789

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
B	C	B

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.

ESERCIZIO 1. Determinare l'insieme dei parametri $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui è convergente l'integrale

$$I = \int_0^1 \frac{\sin x}{x^\alpha \sqrt{1-x}} dx.$$

- ☐ A I è convergente per ogni $\alpha > 1$.
- ☒ B I è convergente per ogni $\alpha < 2$.
- ☐ C Esiste $\alpha \in]1, 2[$ per cui I non è convergente.
- ☐ D I non è convergente per ogni $\alpha < 0$.

ESERCIZIO 2. Si consideri la regione

$$D \doteq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2|y| - 2 \leq x \leq 0\}$$

e si calcoli l'integrale

$$I \doteq \iint_D x \, dx dy.$$

Si ha:

- ☐ A $I = \frac{5}{6}$.
- ☐ B $I = 0$.
- ☒ C $I = -\frac{4}{3}$.
- ☐ D $I = \frac{2}{3}$.

ESERCIZIO 3. Data una funzione derivabile $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, tale che $\nabla f(1, 2) = (16, -5\sqrt{2})$, si consideri la curva parametrica $\vec{r}(t) = (\sqrt{2} \sin(t/4), 1 - \cos t)$, $t \in \mathbb{R}$, e si determini il valore della derivata della funzione composta $\phi(t) = f(\vec{r}(t))$ in $t = \pi$. Si ha:

☐ A $\phi'(\pi) = -\frac{19}{4}$.

☒ B $\phi'(\pi) = 4$.

☐ C $\phi'(\pi) = 0$.

☐ D $\phi'(\pi) = 16$.

ESERCIZIO 4. Si consideri la curva parametrica γ di equazione (in coordinate polari):
 $\rho = 2(1 + \cos \theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$.

(i) Scrivere le equazioni della curva γ in coordinate cartesiane e determinare eventuali punti di intersezione con gli assi cartesiani.

$$\begin{cases} x(\theta) = 2 \cos \theta (1 + \cos \theta), \\ y(\theta) = 2 \sin \theta (1 + \cos \theta), \end{cases} \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

asse x : $x = 0, \quad x = 4$.

asse y : $y = 0, \quad y = -2, \quad y = 2$.

(ii) Determinare i punti regolari della curva γ .

L'unico punto non regolare di γ è $(0, 0)$.

(iii) Scrivere l'equazione della retta tangente a γ nel punto di coordinate polari $\theta = \frac{2\pi}{3}$, $\rho = 1$.

La retta tangente a γ in $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ è $x = -\frac{1}{2}$.

(iv) Calcolare la lunghezza della curva γ (si consiglia di utilizzare l'uguaglianza trigonometrica $1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$).

$$L(\gamma) = 16.$$

(v) Tracciare la traiettoria probabile della curva.