

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica (G-Z)

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2003/2004, 20 febbraio 2004

b34278

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
A	D	D

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.

ESERCIZIO 1. Data una funzione derivabile $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, tale che $\nabla f(\sqrt{3}, 1) = (3, 12)$, si consideri la curva parametrica $\vec{r}(t) = (2\sqrt{3} \cos(t/3), \sin(t/2))$, $t \in \mathbb{R}$, e si determini il valore della derivata della funzione composta $\phi(t) = f(\vec{r}(t))$ in $t = \pi$. Si ha:

☒ $\phi'(\pi) = -3$.

☐ $\phi'(\pi) = 0$.

☐ $\phi'(\pi) = 2\sqrt{3}$.

☐ $\phi'(\pi) = \frac{3}{2}$.

ESERCIZIO 2. Determinare l'insieme dei parametri $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui è convergente l'integrale

$$I = \int_0^1 \frac{\cos x - 1}{(1-x)^\alpha x^{\frac{5}{2}}} dx.$$

☐ Esiste $\alpha \in]0, 1[$ per cui I non è convergente.

☐ I è convergente per ogni $\alpha > 1$.

☐ I non è convergente per ogni $\alpha < 0$.

☒ I è convergente per ogni $\alpha < 1$.

ESERCIZIO 3. Si consideri la regione

$$D \doteq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3|x| - 6 \leq y \leq 0\}$$

e si calcoli l'integrale

$$I \doteq \iint_D y \, dx dy.$$

Si ha:

☐ A $I = -\frac{7}{9}.$

☐ B $I = 360.$

☐ C $I = 0.$

☒ D $I = -24.$

ESERCIZIO 4. Si consideri la curva parametrica γ di equazione (in coordinate polari):

$$\rho = 6(1 + \sin \theta), \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

(i) Scrivere le equazioni della curva γ in coordinate cartesiane e determinare eventuali punti di intersezione con gli assi cartesiani.

$$\begin{cases} x(\theta) = 6 \cos \theta (1 + \sin \theta), \\ y(\theta) = 6 \sin \theta (1 + \sin \theta), \end{cases} \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

$$\text{asse } x : \quad x = 0, \quad x = -6, \quad x = 6.$$

$$\text{asse } y : \quad y = 0, \quad y = 12.$$

(ii) Determinare i punti regolari della curva γ .

L'unico punto non regolare di γ è $(0, 0)$.

(iii) Scrivere l'equazione della retta tangente a γ nel punto di coordinate polari $\theta = \frac{\pi}{6}$, $\rho = 9$.

$$\text{La retta tangente a } \gamma \text{ in } \left(\frac{9\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}\right) \text{ è } x = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

(iv) Calcolare la lunghezza della curva γ (si consiglia di effettuare il cambiamento di variabile di integrazione $\theta = t + \frac{\pi}{2}$, e di utilizzare successivamente le uguaglianze trigonometriche $\sin(t + \frac{\pi}{2}) = \cos t = 2 \cos^2(\frac{t}{2}) - 1$).

$$L(\gamma) = 48.$$

(v) Tracciare la traiettoria probabile della curva.