SECONDA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica (L-Z) ed Ing. Energetica

(DOCENTE: Fabio Ancona)

A.A. 2004/2005, 22 Marzo 2005

a29766

Cognome e Nome: ....

Matricola: ....

Corso di Laurea: ....

1	2
B	D

N.B. *Per i primi due esercizi indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4.5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0.5, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n.3 vale 9 punti).*

ESERCIZIO 1. Fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, sia $x \mapsto \varphi_\alpha(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\ddot{y} - 4y - 8\,e^{2x} = 0, \qquad y(0) = 0, \qquad \dot{y}(0) = \alpha\,.$$

e si consideri il limite

$$\ell(\alpha) \doteq \lim_{x \to -\infty} \varphi_\alpha(x)\,.$$

Allora si ha:

$\boxed{\text{A}}$ $\ell(\alpha) = +\infty \quad \forall\, \alpha\,.$

$\boxed{\text{B}}$ Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ t.c. $\ell(\alpha) = 0\,.$

$\boxed{\text{C}}$ Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ t.c. $\ell(\alpha) \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\,.$

$\boxed{\text{D}}$ $\ell(\alpha) = -\infty \quad \forall\, \alpha > 0\,.$

ESERCIZIO 2. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{\frac{1}{n^2} + \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}, \qquad \alpha \in \mathbb{R},$$

e stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ Esiste $\alpha \geq 0$ per cui la serie è convergente.

$\boxed{\text{B}}$ Per ogni $\alpha < -1$ la serie è convergente.

$\boxed{\text{C}}$ Esiste $\alpha \leq -2$ per cui la serie non è convergente.

$\boxed{\text{D}}$ Per ogni $\alpha < -\frac{3}{2}$ la serie è convergente.

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da $f(x,y) = \dfrac{y}{1+x^2+4y^2}$.

(i) Determinare eventuali punti critici di f.

Punti critici: $(0,-1/2)$, $(0,\,1/2)$.

(ii) Determinare la natura dei punti critici di f.

Punto di minimo (assoluto): $(0,-1/2)$.

Punto di massimo (assoluto): $(0,\,1/2)$.

(iii) Calcolare (se esiste) il valore del limite

$$\lim_{|(x,y)|\to+\infty} f(x,y) = 0\,.$$

(iv) Determinare l'immagine di f:

$$\mathrm{Im}(f) = \big[\,-1/4,\, 1/4\big]\,.$$

(v) Determinare l'immagine della restrizione di f alla regione

$$T = \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; x^2+4y^2 \le \frac{1}{4}\right\}.$$

$$f(T) = \big[\,-1/5,\, 1/5\big]\,.$$