

SECONDA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LB

Ing. Informatica (L-Z) ed Ing. Energetica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2004/2005, 22 Marzo 2005

b23671

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

1	2
C	B

N.B. Per i primi due esercizi indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4.5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0.5, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n.3 vale 9 punti).

ESERCIZIO 1. Fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, sia $x \mapsto \varphi_\alpha(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\ddot{y} - 9y + 18e^{3x} = 0, \quad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = \alpha.$$

e si consideri il limite

$$\ell(\alpha) \doteq \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi_\alpha(x).$$

Allora si ha:

- ☐ A Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ t.c. $\ell(\alpha) \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- ☐ B $\ell(\alpha) = -\infty \quad \forall \alpha$.
- ☒ C Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ t.c. $\ell(\alpha) = 0$.
- ☐ D $\ell(\alpha) = +\infty \quad \forall \alpha < 0$.

ESERCIZIO 2. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{\frac{1}{n^3} + \tan\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)}, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

e stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- ☐ A Per ogni $\alpha < -1$ la serie è convergente.
- ☒ B Per ogni $\alpha < -\frac{4}{3}$ la serie è convergente.
- ☐ C Esiste $\alpha \geq 0$ per cui la serie è convergente.
- ☐ D Esiste $\alpha \leq -3$ per cui la serie non è convergente.

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da $f(x, y) = \frac{y}{1 + 3x^2 + y^2}$.

(i) Determinare eventuali punti critici di f .

Punti critici: $(0, -1), (0, 1)$.

(ii) Determinare la natura dei punti critici di f .

Punto di minimo (assoluto): $(0, -1)$.

Punto di massimo (assoluto): $(0, 1)$.

(iii) Calcolare (se esiste) il valore del limite

$$\lim_{|(x,y)| \rightarrow +\infty} f(x, y) = 0.$$

(iv) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) = [-1/2, 1/2].$$

(v) Determinare l'immagine della restrizione di f alla regione

$$T = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x^2 + y^2 \leq \frac{1}{9} \right\}.$$

$$f(T) = [-3/10, 3/10].$$