IV APPELLO DI ANALISI MATEMATICA L-B

Ing. Informatica (L-Z) ed Ing. Energetica

(DOCENTE: Fabio Ancona)

A.A. 2004/2005, 19 Settembre 2005

b17725

Cognome e Nome: ....

Matricola: ....

Corso di Laurea: ....

1	2	3	4	5	6

N.B. *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4.5 punti, ogni risposta sbagliata vale -0.5, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 7 vale 9 punti).*

ESERCIZIO 1. Determinare l'immagine della funzione definita da

$$f(x,y) = \ln\big(1 + |xy|\big)\,.$$

Si ha:

A $\quad \mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}\,.$

B $\quad \mathrm{Im}(f) = \,]\,e,\,+\infty\,[\,.$

C $\quad \mathrm{Im}(f) = \big[\,0,\,+\infty\,\big[\,.$

D $\quad \mathrm{Im}(f) = \big[\,1,\,+\infty\,\big[\,.$

ESERCIZIO 2. Denotando con $C \doteq \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 \le 1\}$ il cerchio unitario, si calcoli l'integrale

$$I \doteq \iint_C \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{x^2 + y^2}\;dxdy\,.$$

Si ha:

A $\quad I = \pi\,.$

B $\quad I = -2\pi\,.$

C $\quad I = 0\;\;.$

D $\quad I = 2\,.$

ESERCIZIO 3. Data una funzione $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile, si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \int_x^{\tan y} \varphi(t)\, dt$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

A $f_x\big(\sqrt{3},\, \frac{\pi}{3}\big) + \frac{1}{4}\, f_y\big(\sqrt{3},\, \frac{\pi}{3}\big) = 0\,.$

B $f_x(x,\, 0) + f_y(x,\, 0) \neq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}\,.$

C $2f_x\big(x,\, \frac{\pi}{4}\big) + f_y\big(x,\, \frac{\pi}{4}\big) \neq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}\,.$

D $f_x(0,\, y) + f_y(0,\, y) \neq 0$ per ogni $y \in \mathbb{R}\,.$

ESERCIZIO 4. Si consideri la curva parametrica γ di equazione $x(t) = 3\cos t$, $y(t) = 2\sin t$, $t \in [0,\, \pi/2]$, e si calcoli l'integrale curvilineo (di prima specie) $I \doteq \displaystyle\int_\gamma xy\, ds$. Si ha:

A $I = \dfrac{27}{5}\,.$

B $I = -\dfrac{19}{5}\,.$

C $I = 0\,.$

D $I = \dfrac{38}{5}\,.$

ESERCIZIO 5. Sia $t \mapsto \varphi(t;\, , c_1, c_2)$ l'integrale generale dell'equazione di Eulero

$$t^2\ddot{y} - 2y = 8t^3, \quad t > 0\,,$$

e si consideri il limite

$$\ell(c_1, c_2) \doteq \lim_{t \to 0^+} \varphi(t;\, , c_1, c_2)\,.$$

Allora si ha:

A $\ell(c_1, c_2) = +\infty$ per ogni $c_1,\, c_2\,.$

B Esistono $c_1,\, c_2$ t.c. $\ell(c_1, c_2) = 0\,.$

C Esistono $c_1,\, c_2$ t.c. $\ell(c_1, c_2) = 1\,.$

D $\ell(c_1, c_2) = -\infty$ per ogni $c_1,\, c_2\,.$

ESERCIZIO 6. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln\big(1 + 1/n\big)}{n^\alpha}, \qquad \alpha \in \mathbf{R}\,,$$

e stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

A Esiste $\alpha \leq 0$ per cui la serie è convergente.

B Per ogni $\alpha \in \,]0,\, 1[$ la serie non è convergente.

C Per ogni $\alpha > 0$ la serie è convergente.

ESERCIZIO 7. Si consideri la funzione definita da $f(x,y) = \ln(1+x^2+y^2) - 5xy$.

(i) Determinare eventuali punti critici di f.

(ii) Determinare la natura dei punti critici di f.

(iii) Determinare l'immagine di f:

$$\mathrm{Im}(f) =$$

(iv) Determinare gli estremi della restrizione di f alla circonferenza unitaria $S_1 = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2+y^2 = 1\}$.

$$\min_{S_1} f = \qquad\qquad \max_{S_1} f =$$

(v) Determinare l'immagine tramite f della palla unitaria $B_1 = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2+y^2 \leq 1\}$.

$$f(B_1) =$$