

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. dell'Energia (II Squadra)

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2008/2009, 28 Novembre 2008

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
---	---	---

--

N.B. Gli esercizi n. 1-2 valgono 4.5 punti, l'es. 3 vale 9 punti.

ESERCIZIO 1. Calcolare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{5+3x}{5+x}\right) - \frac{2x}{5+x}}{\sin(3+2x)(e^{2x} - 1 - \sin(2x))}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintot. $\ln(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, $\sin(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, per $y \rightarrow 0$). Determinare:

Lo sviluppo asintotico del numeratore è:

Lo sviluppo asintotico del denominatore è:

(Se esiste)

$\ell =$

ESERCIZIO 2. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[1 - \cos \left(\frac{2n + n^2}{n^\alpha + 3} \right) \right]$$

al variare del parametro $\alpha \geq 2$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.
(Si ricordi lo sviluppo asintot. $\cos y = 1 - \frac{y^2}{2} + o(y^3)$, per $y \rightarrow 0$).

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{|x - 3|}{(x^2 + 4x - 21) e^{x \cdot \operatorname{sgn}(x-3)}}.$$

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\operatorname{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

(v) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) =$$

e tracciare il grafico probabile della funzione.