

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale, dell'Energia e Meccanica (V Canale)

A.A. 2011/2012, 25 Novembre 2011

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [4.5 punti] Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} (\sqrt[n+1]{n+1} - \sqrt[n]{n})$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [4.5 punti] Studiare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} \cos x) + x - 3x^3}{x^2}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintotici: $\ln(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{6} + o(y^3)$,
 $\cos y = 1 - \frac{y^2}{2} + o(y^3)$ per $y \rightarrow 0$).

Determinare lo sviluppo asintotico del numeratore:

(Se esiste)

$\ell =$

ESERCIZIO 3. [10 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = x \ln \left(\frac{1}{|x|^3} \right)$.

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

- (v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$
e tracciare il grafico probabile della funzione.

- (vi) Tracciare il grafico probabile della funzione $g(x) = \text{sgn}(1 - |x|) \cdot x \ln \left(\frac{1}{|x|^3} \right)$