

# PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale, dell'Energia e Meccanica (V Canale)

A.A. 2011/2012, 25 Novembre 2011

## Tema 2

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3
---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** [4.5 punti] Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{{}^{n+1}\sqrt{n^2+n} - \sqrt[n]{n^2}}{n^\alpha}$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [4.5 punti] Studiare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x \cosh x) - x + 5x^3}{x^2}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintotici:  $\ln(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$ ,  $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{6} + o(y^3)$ ,  $\cosh y = 1 + \frac{y^2}{2} + o(y^3)$  per  $y \rightarrow 0$ ).

Determinare lo sviluppo asintotico del numeratore:

(Se esiste)

$\ell =$

**ESERCIZIO 3.** [10 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = x \ln \left( \frac{1}{|x|^5} \right)$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$ .

- (v) Determinare l'immagine di  $f$ :  $\text{Im}(f) =$   
e tracciare il grafico probabile della funzione.

- (vi) Tracciare il grafico probabile della funzione  $g(x) = \text{sgn}(|x| - 1) \cdot x \ln \left( \frac{1}{|x|^5} \right)$