

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale, dell'Energia e Meccanica (I Canale)

A.A. 2012/2013, 23 Novembre 2012

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [4.5 punti] Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\alpha n} + \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)}{n!}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [4.5 punti] Studiare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\operatorname{sen} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintotici: $\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{6} + o(x^4)$, $\ln(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, per $y \rightarrow 0$).

Determinare lo sviluppo asintotico di $\ln\left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)$ as $x \rightarrow 0^+$:

(Se esiste)

$\ell =$

ESERCIZIO 3. [10 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = x^2(\ln|x| - 1)$.

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

- (v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.

- (vi) Tracciare il grafico approssimativo della funzione $g(x) = \text{sgn}(e - |x|) \cdot f(x)$