

# PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale, dell'Energia e Meccanica (I Canale)

A.A. 2012/2013, 23 Novembre 2012

## Tema 2

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3
---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** [4.5 punti] Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{\alpha n} + \tan\left(\frac{1}{n}\right)}$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [4.5 punti] Studiare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{2(1 - \cos x)}{x^2} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintotici:  $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^5)$ ,  $\ln(1 + y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$ ,  $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + o(y^2)$ , per  $y \rightarrow 0$ ).

Determinare lo sviluppo asintotico di  $\ln\left(\frac{2(1 - \cos x)}{x^2}\right)$  as  $x \rightarrow 0^+$ :

(Se esiste)

$\ell =$

**ESERCIZIO 3.** [10 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = x^3(1 + \ln|x|)$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$ .

- (v) Determinare l'immagine di  $f$ :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.

- (vi) Tracciare il grafico approssimativo della funzione  $g(x) = \text{sgn}(|x| - e^{-1}) \cdot f(x)$