

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2019/2020, 23 Novembre 2019

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|

| |
|--|
| |
|--|

ESERCIZIO 1. [5 punti] Studiare il carattere (la convergenza semplice ed assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \frac{(\sqrt[n]{n} - 1)}{\ln n}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [6 punti] Studiare al variare di $\alpha > 0$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^\alpha) + \cosh(\sqrt{x}) \cdot \ln(1 - \sinh(x))}{\ln(\cosh(3x)) + x^3 \ln x}$.

(Si ricordino gli sviluppi asintotici: $\cos(y) = 1 - \frac{y^2}{2} + o(y^3)$, $\cosh(y) = 1 + \frac{y^2}{2} + o(y^3)$, $\ln(1 + y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$,
 $\sin(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, $\sinh(y) = y + \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, per $y \rightarrow 0$).

Determinare lo sviluppo asintotico di: $\sin(x^\alpha) + \cosh(\sqrt{x}) \cdot \ln(1 - \sinh(x))$, $\ln(\cosh(3x)) + x^3 \ln x$, per $x \rightarrow 0$:

(Se esiste)

$\ell_\alpha =$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \sqrt{(x-1)|3-x|}$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.