

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2019/2020, 23 Novembre 2019

Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [5 punti] Studiare il carattere (la convergenza semplice ed assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\sqrt[n]{1 + \frac{1}{n}} - 1\right)}{n^\alpha}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [6 punti] Studiare al variare di $\alpha > 0$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sinh(x^\alpha) - \cos(\sqrt{x}) \cdot \ln(1 + \sin(x))}{\ln(\cos(2x)) + x^3 \ln x}$.

(Si ricordino gli sviluppi asintotici: $\cos(y) = 1 - \frac{y^2}{2} + o(y^3)$, $\sin(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, $\ln(1 + y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, $\sinh(y) = y + \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, per $y \rightarrow 0$).

Determinare lo sviluppo asintotico di: $\sinh(x^\alpha) - \cos(\sqrt{x}) \cdot \ln(1 + \sin(x))$, $\ln(\cos(2x)) + x^3 \ln x$, per $x \rightarrow 0$:

(Se esiste)

$\ell_\alpha =$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \sqrt{(x-2)|4-x|}$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.