

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2022/2023, 2 Dicembre 2022

Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(1 - \frac{3}{(n+1)!} \right)^{n!} - 1 \right]$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_{\alpha} \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{(x^5 + \alpha x^4)} - 1}{\sinh\left(\frac{x^2}{2}\right) + \ln(\cos(x))}$.

(Si ricordino gli sviluppi asintotici: $\ln(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} + o(y^3)$, $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{6} + o(y^3)$, $\cos y = 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{24} + o(y^5)$, $\sinh(y) = y + \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, per $y \rightarrow 0$).

Determinare lo sviluppo asintotico, per $x \rightarrow 0$, di:

$$\sinh\left(\frac{x^2}{2}\right) + \ln(\cos(x))$$

e di:

$$e^{(x^5 + \alpha x^4)} - 1$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = -\ln(6 - |x^2 - 3|)$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.