

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2023/2024, 1 Dicembre 2023

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right) \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^n}{n!}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare di $\alpha > 0$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(-x^\alpha) \cos(\arctan(x)) - \exp(-\frac{x^2}{2})}{\ln(1+x^2) - \operatorname{sen}(x^2)}$.

(Si ricordino gli sviluppi asintotici: $\ln(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} + o(y^3)$, $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{6} + o(y^3)$, $\cos y = 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{24} + o(y^5)$, $\operatorname{sen}(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, $\arctan(y) = y - \frac{y^3}{3} + o(y^4)$, per $y \rightarrow 0$).

Determinare lo sviluppo asintotico, per $x \rightarrow 0^+$, di:

$$\exp(-x^\alpha) \cos(\arctan(x)) - \exp(-\frac{x^2}{2}) =$$

e di:

$$\ln(1+x^2) - \operatorname{sen}(x^2) =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$l_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} (2|x| - 3) \exp\left(-\frac{2}{|x|}\right) & \text{if } x \neq 0, \\ 0 & \text{if } x = 0. \end{cases}$

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.