

# PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)  
A.A. 2023/2024, 1 Dicembre 2023

## Tema 2

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3
---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** [4 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cosh\left(\frac{1}{n}\right) \frac{\left(\frac{n}{3}\right)^n}{n!}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [7 punti] Studiare al variare di  $\alpha > 0$  il limite  $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(x^\alpha) \cosh(\operatorname{arctanh}(x)) - \exp\left(\frac{x^2}{2}\right)}{\sqrt{1-x^2} - \cos(x)}$ .

(Si ricordino gli sviluppi asintotici:  $\sqrt{1+y} = 1 + \frac{y}{2} - \frac{y^2}{8} + o(y^2)$ ,  $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{6} + o(y^3)$ ,  $\cos y = 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{24} + o(y^5)$ ,  $\cosh(y) = 1 + \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{24} + o(y^5)$ ,  $\operatorname{arctanh}(y) = y + \frac{y^3}{3} + o(y^4)$ , per  $y \rightarrow 0$ ).

Determinare lo sviluppo asintotico, per  $x \rightarrow 0^+$ , di:

$$\exp(x^\alpha) \cosh(\operatorname{arctanh}(x)) - \exp\left(\frac{x^2}{2}\right) =$$

e di:

$$\sqrt{1-x^2} - \cos(x) =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$l_\alpha =$$

**ESERCIZIO 3.** [7 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \begin{cases} (4 - 3|x|) \exp\left(-\frac{3}{|x|}\right) & \text{if } x \neq 0, \\ 0 & \text{if } x = 0. \end{cases}$

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$  ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

(v) Determinare l'immagine di  $f$ :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.