

# I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale e Meccanica (I Canale)

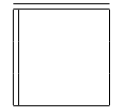
A.A. 2013/2014, 30 Gennaio 2014

Tema 2

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



N.B. *Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla SECONDA PROVA PARZIALE.*

**ESERCIZIO 1.** [4.5 punti] Calcolare il limite

$$\ell \doteq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos\left(\frac{1}{n^2}\right) - 1 + 2\left(\cos\left(\frac{1}{n}\right) - 1\right)^2}{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^6}\right)}.$$

Determinare lo sviluppo asintotico di  $\cos\left(\frac{1}{n^2}\right) - 1 + 2\left(\cos\left(\frac{1}{n}\right) - 1\right)^2$  (fornendo le argomentazioni principali):

(Se esiste)

$$\ell =$$

**ESERCIZIO 2.** [4.5 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(\sqrt[n]{n^\alpha + 1} - \sqrt[n]{n^\alpha})$$

al variare del parametro  $\alpha > 0$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 3.** [9 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = e^{(\sqrt{|1-x^2|}-2x)}$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$  ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

- (v) Determinare l'immagine di  $f$  :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [6 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\arctan(t)}{t} dt$ .

- (i) Studiare il segno della funzione individuando l'insieme di positività, specificando le argomentazioni principali.

$$\{x \in \text{Dom}(f) : f(x) \geq 0\} =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare se la funzione  $f(x)$  ammette asintoti orizzontali od obliqui (fornendo le argomentazioni).

**ESERCIZIO 5.** [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = 2\sqrt{y}(\sqrt{y} - 1)\text{sen}x. \tag{1}$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

- (ii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \varphi(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2\sqrt{y}(\sqrt{y} - 1)\text{sen}x, \\ y(\pi/2) = 1/4. \end{cases}$$

$$\varphi(x) =$$

**ESERCIZIO 6.** [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{|\ln x|^\alpha}{x^2 - 1} dx$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.