

I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale
A.A. 2014/2015, 28 Gennaio 2015

Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

N.B. *Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla SECONDA PROVA PARZIALE.*

ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^{-2n} (\arctan(n))^n}{\ln n}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [5 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)}{\ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) - \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{2n^2}}$.

Determinare lo sviluppo asintotico di $\left(\ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) - \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{2n^2}\right)$ (fornendo le argomentazioni principali):

Determinare il limite ℓ_α (fornendo le argomentazioni principali):

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [9 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \frac{e^x - e^{2x} + 6}{|3 - e^x|}$.

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare l'insieme di non negatività della funzione.

$$\{f \geq 0\} =$$

- (iii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iv) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (v) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

- (vi) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [6 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \int_{\arccos(x)}^{\arcsen(x)} \frac{1}{1 + \cos^2(t)} dt$.

- (i) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo o assoluto di f

- (ii) Determinare l'immagine della funzione

$$\text{Im}(f) =$$

ESERCIZIO 5. [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$e^y y' = 3 \cos^2 x - e^y \cos^2 x. \tag{1}$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

- (ii) Determinare la soluzione $x \mapsto \varphi(x)$ del problema di Cauchy
$$\begin{cases} e^y y' = 3 \cos^2 x - e^y \cos^2 x, \\ y(\pi) = 0. \end{cases}$$

$$\varphi(x) =$$

ESERCIZIO 6. [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_{-1}^0 e^{\frac{1}{x(1+x)^\alpha}} (1 - \cos x)^\alpha dx$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.