

# I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)  
A.A. 2019/2020, 24 Gennaio 2020

## Tema 1

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

N.B. *Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla SECONDA PROVA PARZIALE.*

**ESERCIZIO 1.** [4 punti] Studiare al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen} \left( \frac{1}{n^\alpha} \right) \left( \sqrt[n]{n} - \sqrt[n+1]{n} \right)$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [6 punti] Studiare al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite  $l_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \left( \frac{3+2x}{3-7x} \right) - \left( \frac{9x}{3-7x} \right)^\alpha}{\cos(5+2x)(e^{3x} - 1 - \operatorname{sen}(3x))}$ .

Determinare lo sviluppo asintotico (per  $x \rightarrow 0$ ) di  $\ln \left( \frac{3+2x}{3-7x} \right) - \left( \frac{9x}{3-7x} \right)^\alpha$  e di  $\cos(5+2x)(e^{3x} - 1 - \operatorname{sen}(3x))$  (fornendo le argomentazioni principali):

Determinare il limite  $l_\alpha$  (fornendo le argomentazioni principali):

$$l_\alpha =$$

**ESERCIZIO 3.** [8 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \cosh\left(\frac{|2-x|}{x^2+3x-10}\right)$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

- (v) Determinare l'immagine di  $f$  :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [6 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \int_{e^{-x}}^{e^x} \frac{1}{\sqrt{|\ln t|}} dt$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione e l'insieme di non negatività

$$\text{Dom}(f) = \qquad \qquad \qquad \{f \geq 0\} =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

**ESERCIZIO 5.** [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$y' \cos y = 3(x \operatorname{sen} y)^2. \tag{1}$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

- (ii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \varphi(x)$  del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' \cos y = 3(x \operatorname{sen} y)^2. \\ y(0) = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

$$\varphi(x) =$$

**ESERCIZIO 6.** [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} x^{\alpha x} \ln(1 + x^\alpha) dx$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.