

# I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

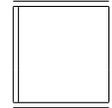
Ing. Aerospaziale (Canale A)  
A.A. 2019/2020, 24 Gennaio 2020

## Tema 2

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



N.B. *Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla SECONDA PROVA PARZIALE.*

**ESERCIZIO 1.** [4 punti] Studiare al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)\right) \left(\sqrt[n]{n} - {}^{n+1}\sqrt[n]{n}\right)$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [6 punti] Studiare al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite  $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln\left(\frac{2-3x}{2+5x}\right) + \left(\frac{8x}{2+5x}\right)^\alpha}{\operatorname{sen}(3-7x)(e^{2x}-1-\tan(2x))}$ .

Determinare lo sviluppo asintotico (per  $x \rightarrow 0$ ) di  $\ln\left(\frac{2-3x}{2+5x}\right) + \left(\frac{8x}{2+5x}\right)^\alpha$  e di  $\operatorname{sen}(3-7x)(e^{2x}-1-\tan(2x))$  (fornendo le argomentazioni principali):

Determinare il limite  $\ell_\alpha$  (fornendo le argomentazioni principali):

$$\ell_\alpha =$$

**ESERCIZIO 3.** [8 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \sinh\left(\frac{|3-x|}{x^2+4x-21}\right)$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare l'immagine di  $f$ :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [6 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \int_{e^{-x}}^{e^x} \frac{1}{\sqrt{|\ln t|}} dt$ .

(i) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(ii) Determinare l'immagine di  $f$ :  $\text{Im}(f) =$

(iii) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

**ESERCIZIO 5.** [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$y' \operatorname{sen} y = -4(x \cos y)^3. \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \varphi(x)$  del problema di Cauchy 
$$\begin{cases} y' \operatorname{sen} y = -4(x \cos y)^3 \\ y(0) = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\varphi(x) =$$

**ESERCIZIO 6.** [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^{\alpha x}}{\ln(1+x^\alpha)} dx$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.