

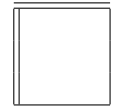
I APPELLO e SECONDA PROVA PARZIALE di ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2022/2023, 24 Gennaio 2023
Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



N.B. *Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla SECONDA PROVA PARZIALE.*

ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n 2^{(2n)}}{(6 + \cos n)^n}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\exp(-(\sinh x)^2) - \cos(\alpha x)}{(1 - \cos x) x^{(\alpha^2)}}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow 0$) di:

$$\exp(-(\sinh x)^2) - \cos(\alpha x) =$$

e di:

$$(1 - \cos x) x^{(\alpha^2)} =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = |x - 2| \exp\left(\frac{1}{x - 2}\right)$.

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

- (v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \exp\left(\frac{\alpha}{1-x}\right) \left| \sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right) \right| dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 5. [5 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$\exp(y^2) y' = \frac{x}{y}, \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione $x \mapsto \varphi(x)$ del problema di Cauchy
$$\begin{cases} \exp(y^2) y' = \frac{x}{y}, \\ y(0) = -1, \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\varphi(x) =$$

ESERCIZIO 6.

- (i) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - y' - 2y = 0 \quad (2)$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\phi(c_1, c_2; x) =$$

- (ii) [2.5 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - y' - 2y = -3e^{2x} \quad (3)$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(c_1, c_2; x) =$$

- (iii) [1.5 punti] Determinare la soluzione ψ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = -3e^{2x}, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 4. \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(x) =$$