

I APPELLO e SECONDA PROVA PARZIALE di ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2022/2023, 24 Gennaio 2023
Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

N.B. Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla **SECONDA PROVA PARZIALE**.

ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin n + 11)^n}{3^{(2n)} n^2}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp((\sin x)^2) - \cosh(\alpha x)}{(\cosh x - 1) x^{(\alpha^2)}}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow 0$) di:

$$\exp((\sin x)^2) - \cosh(\alpha x) =$$

e di:

$$(\cosh x - 1) x^{(\alpha^2)} =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = (x + 3) \exp\left(\frac{1}{|x + 3|}\right)$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \exp\left(\frac{\alpha}{x-1}\right) \sinh(x^\alpha) dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 5. [5 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$\cos(y^2) y' = \frac{x}{y}, \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione $x \mapsto \varphi(x)$ del problema di Cauchy
$$\begin{cases} \cos(y^2) y' = \frac{x}{y}, \\ y(0) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\varphi(x) =$$

ESERCIZIO 6.

- (i) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 3y' - 10y = 0 \tag{2}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\phi(c_1, c_2; x) =$$

- (ii) [2.5 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 3y' - 10y = 14e^{-2x} \tag{3}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(c_1, c_2; x) =$$

- (iii) [1.5 punti] Determinare la soluzione ψ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' - 10y = 14e^{-2x}, \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -1. \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(x) =$$