

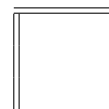
I APPELLO e SECONDA PROVA PARZIALE di ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2023/2024, 25 Gennaio 2024
Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



N.B. Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla **SECONDA PROVA PARZIALE**.

ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n \left(1 - \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}\right)^{(n^{\frac{5}{2}})}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - \operatorname{sen}(\alpha x) - 1 + x^3 \operatorname{sen}(\frac{1}{x})}{1 - \cos(\sqrt{x}) - \frac{1}{2} \ln(x+1)}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow 0^+$) di:

$$2^x - \operatorname{sen}(\alpha x) - 1 + x^3 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) =$$

e di:

$$1 - \cos(\sqrt{x}) - \frac{1}{2} \ln(x+1) =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \frac{x \ln x}{2 \ln x - 1}$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$
e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1 + \operatorname{sen}(x-1) - x}{x^2 (\ln x)^\alpha} dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 5. [5 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = \frac{\ln x}{e^y}, \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione $x \mapsto \varphi(x)$ del problema di Cauchy $y' = \frac{\ln x}{e^y}$, $y(1) = 1$.

(esplicitando i passaggi principali).

$$\varphi(x) =$$

ESERCIZIO 6.

- (i) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 6y' + 10y = 0 \tag{2}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\phi(c_1, c_2; x) =$$

- (ii) [2.5 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 6y' + 10y = 5 \operatorname{sen}(x) + \cos(x) \tag{3}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(c_1, c_2; x) =$$

- (iii) [1.5 punti] Determinare la soluzione ψ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 10y = 5 \operatorname{sen}(x) + \cos(x), \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2. \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(x) =$$