

I APPELLO e SECONDA PROVA PARZIALE di ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2023/2024, 25 Gennaio 2024
Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



N.B. Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla **SECONDA PROVA PARZIALE**.

ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^n \left(1 - \frac{1}{n^{\frac{1}{2}}}\right)^{\left(n^{\frac{3}{2}}\right)}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \sinh(\alpha x) - 3^x + x^4 \cos(\frac{1}{x})}{\cosh(\sqrt{x}) - 1 + \frac{1}{2} \ln(1-x)}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow 0^+$) di:

$$1 + \sinh(\alpha x) - 3^x + x^4 \cos\left(\frac{1}{x}\right) =$$

e di:

$$\cosh(\sqrt{x}) - 1 + \frac{1}{2} \ln(1-x) =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \frac{x \ln x}{9 - 4 \ln x}$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1 + \sinh(x-1) - x}{x e^x (\ln x)^\alpha} dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 5. [5 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = e^y \ln x, \tag{1}$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione $x \mapsto \varphi(x)$ del problema di Cauchy $y' = e^y \ln x$, $y(1) = 0$.
(esplicitando i passaggi principali).

$$\varphi(x) =$$

ESERCIZIO 6.

- (i) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 4y' + 5y = 0 \tag{2}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\phi(c_1, c_2; x) =$$

- (ii) [2.5 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 4y' + 5y = 2 \cos(x) \tag{3}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(c_1, c_2; x) =$$

- (iii) [1.5 punti] Determinare la soluzione ψ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 5y = 2 \cos(x), \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(x) =$$