

II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. dell'Energia

A.A. 2008/2009, 18 Febbraio 2009

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA: SQUADRA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

N.B. *Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla SECONDA PROVA PARZIALE.*

ESERCIZIO 1. [4.5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(x \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right) - \log \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} \right) - 1 \right)$$

specificando i passaggi più significativi.

ESERCIZIO 2. [4.5 punti] Studiare la convergenza (il carattere) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2 + 1} \right)^{n^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 3. [9 punti] Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^3}{1-x^2} + 2.$$

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare gli intervalli di monotonia della funzione.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

(v) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) =$$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.

ESERCIZIO 4. [6 punti] Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^{\log 2} \sqrt{e^x - 1} dx$$

esplicitando i passaggi principali ed i metodi di risoluzione utilizzati.

ESERCIZIO 5. [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare del secondo ordine

$$\ddot{y} - 5\dot{y} + 6y = e^{2t} \quad t \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (cioè l'insieme delle soluzioni) dell'equazione omogenea associata a (1)

(ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione nonomogenea (1)

(iii) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{y} - 5\dot{y} + 6y = e^{2t} \\ y(0) = 0 \\ \dot{y}(0) = 0. \end{cases}$$

$$y(t) =$$

ESERCIZIO 6. [6 punti] Si consideri la funzione

$$f(x, y) = -(2x^2 + 3y^2 - 1)^2.$$

- (i) Calcolare le derivate parziali della funzione

$$f_x(x, y) =$$

$$f_y(x, y) =$$

e determinare gli eventuali punti critici di f :

- (ii) Calcolare la matrice Hessiana nei punti critici e determinarne la natura.

- (iii) Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 0, -1)$: