II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. dell'Energia

A.A. 2008/2009, 18 Febbraio 2009

Tema 2

COGNOME E NOME: ....

MATRICOLA: ....   SQUADRA: ....

1	2	3	4	5	6

N.B. *Gli esercizi n.* **4,5,6** *sono relativi alla* **SECONDA PROVA PARZIALE**.

ESERCIZIO 1. [*4.5 punti*] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)+\log\left(\frac{x^2}{x^2-1}\right)-1\right)$$

specificando i passaggi più significativi.

ESERCIZIO 2. [*4.5 punti*] Studiare la convergenza (il carattere) della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty}\left(1-\frac{5}{n^3-1}\right)^{n^{2\alpha}}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 3. [*9 punti*] Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2} - 1\,.$$

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\mathrm{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare gli intervalli di monotonia della funzione.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f.

(v) Determinare l'immagine di f :

$$\mathrm{Im}(f) =$$

e tracciare il grafico approssimativo della funzione.

ESERCIZIO 4. [*6 punti*] Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{\log 3}^{\log 8} \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}\, dx$$

esplicitando i passaggi principali ed i metodi di risoluzione utilizzati.

ESERCIZIO 5. [*6 punti*] Si consideri l'equazione differenziale lineare del secondo ordine

$$\ddot{y} - 3\dot{y} + 2y = \operatorname{sen}(t) \qquad t \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

(i) Determinare l'integrale generale (cioè l'insieme delle soluzioni) dell'equazione omogenea associata a (1)

(ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione nonomogenea (1)

(iii) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{y} - 3\dot{y} + 2y = \operatorname{sen}(t) \\ y(0) = 0 \\ \dot{y}(0) = 0\,. \end{cases}$$

$y(t) =$

ESERCIZIO 6. [*6 punti*] Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \left(x^2 + y^2 - 1\right)^2 .$$

(i) Calcolare le derivate parziali della funzione

$f_x(x,y) =$

$f_y(x,y) =$

e determinare gli eventuali punti critici di f:

(ii) Calcolare la matrice Hessiana nei punti critici e determinarne la natura.

(iii) Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1,1,1)$: