

# II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale, dell'Energia e Meccanica (V Canale)  
A.A. 2011/2012, 16 Febbraio 2012

## Tema 1

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

|  |
|--|
|  |
|--|

**ESERCIZIO 1.** [5 punti] Studiare il limite

$$\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{x^\alpha}{\operatorname{sen}(\cos x - 1)} + \frac{3x^\alpha}{\ln(1 + x^2)} \right) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando le argomentazioni principali.

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

**ESERCIZIO 2.** [4 punti] Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{3n! - 1}{3n!} \right)^{(n+1)!}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 3.** [9 punti] Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \left( \frac{15 - 2x - x^2}{|x - 3|} \right)^{|x+5|}$$

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$ .

- (v) Determinare l'immagine di  $f$  :

$$\text{Im}(f) =$$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [6 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \int_1^{\ln|x|} \frac{\sinh t}{t} dt$ .

- (i) Studiare il segno della funzione individuando l'insieme di positività, specificando le argomentazioni principali.

$$\{x \in \text{Dom}(f) : f(x) \geq 0\} =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

**ESERCIZIO 5.** [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = x^2 y \ln y, \quad y \geq 1. \tag{1}$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1).

- (ii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \varphi(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2 y \ln y, \\ y(0) = e^2. \end{cases}$$

$$\varphi(x) =$$

**ESERCIZIO 6.** [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} e^{\left(\frac{x}{x-1}\right)^\alpha} x^{2\alpha} \ln x \, dx$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.