

II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2019/2020, 21 Febbraio 2020

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [3 punti] Studiare il carattere (la convergenza semplice ed assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi) \left(\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \sin\left(\frac{1}{1-n}\right) \right)$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [6 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $l_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh(x + x^3) - e^{\frac{x^2}{2}}}{11x^4 - \left(3 + \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)^{\frac{\alpha}{x}}}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow 0$) di $\cosh(x + x^3) - e^{\frac{x^2}{2}}$ (fornendo le argomentazioni principali):

Determinare il limite l_α (fornendo le argomentazioni principali):

$$l_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [9 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \ln |e^{-x} - 2e^{-2x}|$.

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

- (v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [6 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \int_{-x}^x \frac{e^{t^2}}{(1+t^2)} dt$.

- (i) Determinare il dominio della funzione e l'insieme di non negatività

$$\text{Dom}(f) = \qquad \qquad \qquad \{f \geq 0\} =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

ESERCIZIO 5. [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$\dot{y} = \frac{y}{1-x^2} + \frac{1+x}{\sqrt{x-1}} \quad x > 1. \tag{1}$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \varphi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \psi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione $x \mapsto \psi(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = \frac{y}{1-x^2} + \frac{1+x}{\sqrt{x-1}} & x > 1, \\ y(2) = 9, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$

ESERCIZIO 6. [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^2 \frac{x^3 - 2x^2}{|\ln(3-x)|^\alpha} dx$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.