II APPELLO DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2019/2020, 21 Febbraio 2020
Tema 2

COGNOME E NOME: ....

MATRICOLA: ....

1	2	3	4	5	6

ESERCIZIO 1. [*3 punti*] Studiare il carattere (la convergenza semplice ed assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+n\pi\right)\left(\tan\left(\frac{1}{n-1}\right)+\tan\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [*6 punti*] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x\to 0+} \dfrac{x^2+\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)+2\right)^{\frac{\alpha}{x}}}{\ln(1+x+x^2)-\sinh(x+x^2)}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \to 0$) di $\ln(1+x+x^2)-\sinh(x+x^2)$ (fornendo le argomentazioni principali):

Determinare il limite ℓ_α (fornendo le argomentazioni principali):

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [*9 punti*] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \ln\left|9e^x - e^{3x}\right|$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\mathrm{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

(v) Determinare l'immagine di f : $\mathrm{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [*6 punti*] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \displaystyle\int_{-x}^{x} \frac{e^{t^2}}{(1+t^2)}\, dt\,.$

(i) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(ii) Determinare l'immagine di f : $\mathrm{Im}(f) =$

(iii) Calcolare la derivata seconda della funzione

$f''(x) =$

ESERCIZIO 5. [*6 punti*] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$\dot{y} = \frac{y}{x^2-1} + \sqrt{x^2-1} \qquad x > 1\,. \tag{1}$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \varphi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$\varphi_c(x) =$

(ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \psi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione completa (1)

$\psi_c(x) =$

(iii) Determinare la soluzione $x \mapsto \psi(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = \dfrac{y}{x^2-1} + \sqrt{x^2-1} \qquad x > 1\,, \\ y(2) = 2\sqrt{3}\,, \end{cases}$$

$\psi(x) =$

ESERCIZIO 6. [*6 punti*] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^3 \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{\big|\ln(4-x)\big|^{\alpha}}\, dx$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.