

II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2020/2021, 15 Febbraio 2021

Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [6 punti] Studiare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{|\ln(\cos(x))|^\alpha}{\sin^3(x) \cdot \cos(2x)} dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare il limite $\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - \ln(1+x^2)}{\cos(\tan(x)) - \cos(x)}$. Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow 0$) di:

$$\arctan(x^2) - \ln(1+x^2)$$

e di:

$$\cos(\tan(x)) - \cos(x)$$

(fornendo le argomentazioni principali).

Determinare il limite

$$\ell =$$

ESERCIZIO 3. [10 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \operatorname{arccot} \left(\left| \frac{x+2}{x-2} \right| \right)$.

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\operatorname{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

- (v) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

- (vi) Determinare l'immagine di f : $\operatorname{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [6 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \int_{x^2}^{3x^2} \frac{e^t - 1}{t} dt$.

- (i) Determinare il dominio della funzione e l'insieme di non negatività

$$\text{Dom}(f) = \qquad \qquad \qquad \{f \geq 0\} =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto.

ESERCIZIO 5. [7 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$(1 + \cos^2(x)) \cdot \dot{y} = \sin(x) \cdot [(1 + \cos^2(x)) \exp(\arctan(\cos(x))) - y]. \quad (1)$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \varphi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \psi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione $x \mapsto \psi(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1 + \cos^2(x)) \cdot \dot{y} = \sin(x) \cdot [(1 + \cos^2(x)) \exp(\arctan(\cos(x))) - y], \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$