

# II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)  
A.A. 2020/2021, 15 Febbraio 2021

## Tema 2

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** [6 punti] Studiare, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{|\ln(\cos(x))|^\alpha}{\sin^3(x) \cdot \cos(2x)} dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [7 punti] Studiare il limite  $\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - \ln(1+x^2)}{\cos(\tan(x)) - \cos(x)}$ . Determinare lo sviluppo asintotico (per  $x \rightarrow 0$ ) di:

$$\arctan(x^2) - \ln(1+x^2)$$

e di:

$$\cos(\tan(x)) - \cos(x)$$

(fornendo le argomentazioni principali).

Determinare il limite

$$\ell =$$

**ESERCIZIO 3.** [10 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \operatorname{arccot} \left( \left| \frac{x+2}{x-2} \right| \right)$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\operatorname{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$  ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

- (v) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

- (vi) Determinare l'immagine di  $f$  :  $\operatorname{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [6 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \int_{x^2}^{3x^2} \frac{e^t - 1}{t} dt$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione e l'insieme di non negatività

$$\text{Dom}(f) = \qquad \qquad \qquad \{f \geq 0\} =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto.

**ESERCIZIO 5.** [7 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$(1 + \cos^2(x)) \cdot \dot{y} = \sin(x) \cdot [(1 + \cos^2(x)) \exp(\arctan(\cos(x))) - y]. \quad (1)$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)  $x \mapsto \varphi_c(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)  $x \mapsto \psi_c(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \psi(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1 + \cos^2(x)) \cdot \dot{y} = \sin(x) \cdot [(1 + \cos^2(x)) \exp(\arctan(\cos(x))) - y], \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$