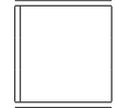


**II APPELLO di
ANALISI MATEMATICA 1**
Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2022/2023, 17 Febbraio 2023
Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare la convergenza (semplice e assoluta) della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{2n+1}}$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$l_{\alpha} \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(\exp(\sqrt{2x}) - 1) + x^3(\ln x)^4 - 1 + (\sinh x)^2}{\cosh x - 1 + 3x^{\alpha}}.$$

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow 0$) di:

$$\cos(\exp(\sqrt{2x}) - 1) + x^3(\ln x)^4 - 1 + (\sinh x)^2 =$$

e di:

$$\cosh x - 1 + 3x^{\alpha} =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \arctan\left(|2-x| - \frac{1}{x}\right)$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

(v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_{-1}^0 \frac{x^{(2\alpha)} (1+x)^\alpha}{(\ln|2x+1|)^2} dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 5. [5 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$\dot{y} = x^2 \left(\frac{3y}{(1+x^3)\ln(1+x^3)} - \ln(1+x^3) \right). \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione $x \mapsto \varphi(x)$ del problema di Cauchy
$$\begin{cases} \dot{y} = x^2 \left(\frac{3y}{(1+x^3)\ln(1+x^3)} - \ln(1+x^3) \right), \\ y(\sqrt[3]{e-1}) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\varphi(x) =$$

ESERCIZIO 6.

- (i) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 2y' + 5y = 0 \tag{2}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\phi(c_1, c_2; x) =$$

- (ii) [2.5 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 2y' + 5y = 8e^x \tag{3}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(c_1, c_2; x) =$$

- (iii) [1.5 punti] Determinare la soluzione ψ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 5y = 8e^x, \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -1. \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(x) =$$