

# III APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale  
A.A. 2014/2015, 14 Luglio 2015

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** [4.5 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n^2}} - 1}{n^{\alpha}}$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [4.5 punti] Studiare il limite

$$\ell \doteq \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( x \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) - \ln\left(\frac{x^2}{x^2 - 3}\right) - 1 \right).$$

forrendo le argomentazioni principali:

(Se esiste)

$$\ell =$$

**ESERCIZIO 3.** [9 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{|x|}\right) - \frac{1}{1 + |x|}$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

- (v) Determinare l'immagine di  $f$  :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [6 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \int_0^{(\cos x)^2} \frac{1}{\sqrt{t(1-t)}} dt$ .

(i) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

(ii) Studiare il segno della derivata prima e determinare in quali intervalli la funzione  $f(x)$  è monotona crescente ed in quali è monotona decrescente

**ESERCIZIO 5.** [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale

$$y y' = x^3 + x^3 y^2. \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \varphi(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y y' = x^3 + x^3 y^2, \\ y(0) = -2. \end{cases}$$

$$\varphi(x) =$$

**ESERCIZIO 6.** [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^\alpha}{\sqrt{\ln x}} dx$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.