III APPELLO DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)

A.A. 2019/2020, 13 Luglio 2020

Cognome e Nome: ....

Matricola: ....

1	2	3	4	5

ESERCIZIO 1. [*6 punti*] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{x^x}{\big(\ln(\cos x)\big)^{1/4}}\, dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [*6 punti*] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x\to 0+} \dfrac{\ln(1+2x^\alpha) - 2\sin(x^\alpha)}{\ln(x^2)}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \to 0$) di $\ln(1+2x^\alpha) - 2\sin(x^\alpha)$ (fornendo le argomentazioni principali):

Determinare il limite ℓ_α (fornendo le argomentazioni principali):

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [*9 punti*] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \dfrac{3x}{\ln|2x|}$.

(i) Determinare il dominio della funzione.

$\mathrm{Dom}(f) =$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$f'(x) =$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

(iv) Calcolare la derivata seconda della funzione

$f''(x) =$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

(v) Determinare l'immagine di f : $\mathrm{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [*8 punti*] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{3x^2+2x} \frac{1}{(1+t^2)^2}\, dt\,.$

(i) Determinare il dominio della funzione e l'insieme di non negatività

$\mathrm{Dom}(f) =$ $\qquad\qquad$ $\{f \geq 0\} =$

(ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$f'(x) =$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

ESERCIZIO 5. [*6 punti*] Si consideri l'equazione differenziale

$$2x\, y\, y' = 1 + y^2\,. \tag{1}$$

(i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) di (1) (esplicitando i passaggi principali).

(ii) Determinare la soluzione $x \mapsto \varphi(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} 2x\, y\, y' = 1 + y^2\,, \\ y(-1) = -2,\,. \end{cases}$

$\varphi(x) =$