

IV APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

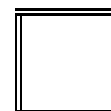
Ingegneria dell'Energia

A.A. 2008/2009, 17 settembre 2009

COGNOME E NOME:

MATRICOLA: SQUADRA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



ESERCIZIO 1. [4.5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\sqrt{x+4} - 1)}{e^x + \sin(2x) - 1}$$

specificando i passaggi più significativi.

ESERCIZIO 2. [4.5 punti] Studiare la convergenza (il carattere) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n \log(n)}{n^\alpha + n \log(n)}$$

al variare del parametro reale α , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 3. [9 punti] Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^3 - 6x}{3x^2 - 6}.$$

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare gli intervalli di monotonia della funzione.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

- (v) Tracciare il grafico approssimativo della funzione.

ESERCIZIO 4. [6 punti] Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{\cos(x)} \sin^3(x) dx$$

esplicitando i passaggi principali e i metodi utilizzati.

ESERCIZIO 5. [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare del secondo ordine

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = t + e^{-t} \quad t \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

(i) Determinare l'integrale generale (cioè l'insieme delle soluzioni) dell'equazione omogenea associata a (1).

(ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione (1).

ESERCIZIO 6. [6 punti] Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \frac{ye^{-x}}{x^2 + y^2}.$$

- (i) Determinare il dominio della funzione

$$\text{Dom}(f) =$$

e determinare, se esiste, il limite di f nei punti del piano che non appartengono al dominio.

- (ii) Calcolare le derivate parziali della funzione

$$f_x(x, y) =$$

$$f_y(x, y) =$$

e determinare gli eventuali punti critici di f :

- (iii) Calcolare la matrice Hessiana negli eventuali punti critici e determinarne la natura.