

# IV APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale  
A.A. 2014/2015, 10 Settembre 2015

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** [4.5 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n} + (-1)^n \log(n)}{n^\alpha + n \log(n)}$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [4.5 punti] Studiare il limite  $\ell \doteq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\sqrt{x+9}-2)}{e^x - \sin(2x) - 1}$ .

Determinare lo sviluppo asintotico di  $\log(\sqrt{x+9}-2)$ , per  $x \rightarrow 0$ , (fornendo le argomentazioni principali):

(Se esiste)

$\ell =$

**ESERCIZIO 3.** [9 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \frac{|x^3 - 6x|}{3x^2 - 6}$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$  ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

- (v) Determinare l'immagine di  $f$  :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [6 punti]

- (i) Determinare l'integrale indefinito (esplicitando i passaggi principali)

$$\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$$

- (ii) Determinare l'integrale definito

$$\int_0^1 e^{\sqrt[3]{x}} dx$$

**ESERCIZIO 5.** [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$\dot{y} = \frac{y}{x} + \ln x, \quad x > 0. \quad (1)$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)  $x \mapsto \varphi_c(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)  $x \mapsto \psi_c(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \psi(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = \frac{y}{x} + \ln x, & x > 0, \\ y(1) = e, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$

**ESERCIZIO 6.** [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{1}{(\ln x)^\alpha} dx$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.