

# IV APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)  
A.A. 2019/2020, 15 Settembre 2020

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos x \cdot \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2} dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

**ESERCIZIO 2.** [6 punti] Studiare al variare del parametro  $\alpha \geq 0$  il limite  $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(\sin x) - \exp(x^\alpha)}{\tan(x^\alpha)}$ .

Determinare lo sviluppo asintotico (per  $x \rightarrow 0$ ) di  $\cos(\sin x) - \exp(x^\alpha)$  (fornendo le argomentazioni principali):

Determinare il limite  $\ell_\alpha$  (fornendo le argomentazioni principali):

$$\ell_\alpha =$$

**ESERCIZIO 3.** [9 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = x \cdot \exp\left(\frac{1}{x-1}\right)$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Calcolare la derivata seconda della funzione

$$f''(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è convessa, ed in quali intervalli è concava.

- (v) Determinare l'immagine di  $f$ :  $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

**ESERCIZIO 4.** [8 punti] Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \int_{\exp(-x)}^{\exp(x)} \ln t \, dt$ .

- (i) Determinare il dominio della funzione e il limite a  $+\infty$

$$\text{Dom}(f) = \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

**ESERCIZIO 5.** [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$x \cdot \dot{y} - y = x \cdot \ln x \qquad x > 0. \tag{1}$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)  $x \mapsto \varphi_c(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)  $x \mapsto \psi_c(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione  $x \mapsto \psi(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x \cdot \dot{y} - y = x \cdot \ln x & x > 0, \\ y(1) = \sqrt{2}, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$